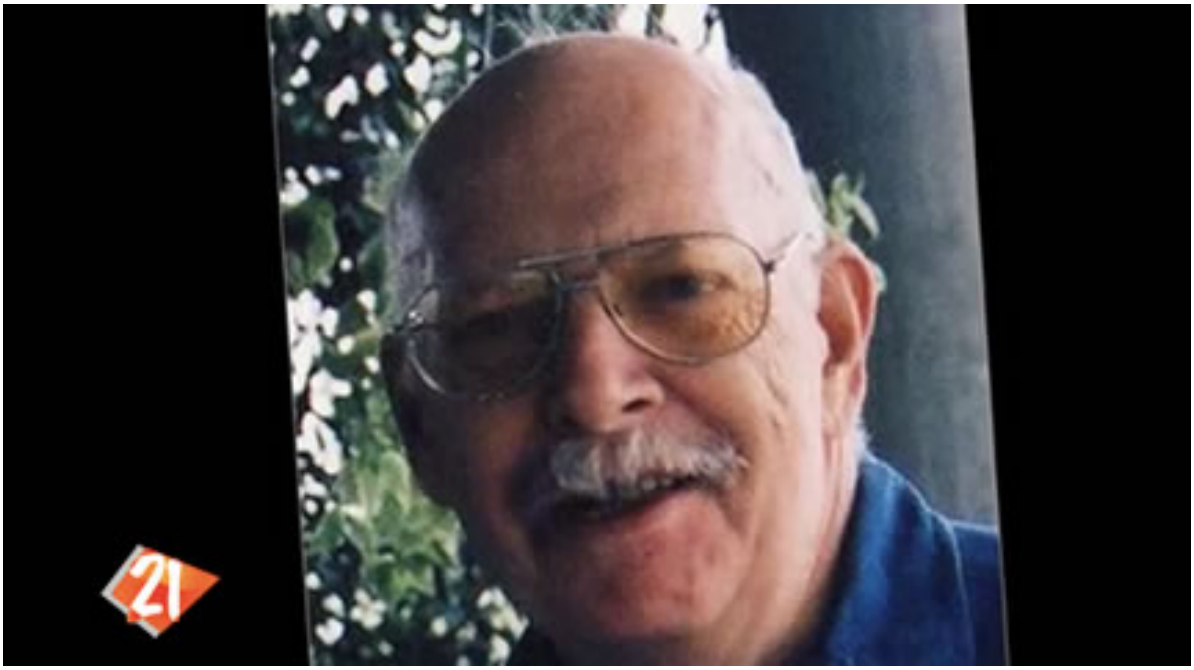
SALTA 21
CULTURA Y ACTUALIDAD

CULTURA

¿Existen los números “transcardinales”? In memoriam de mi estimado Thomas Hibbard

Por **Adrián López** *octubre 16, 2016* 0 1131



Una de las tantas definiciones de conjunto infinito que propuso es la de que cualquier subconjunto de un conjunto infinito es también infinito.

El infinito que es acotado de forma no matemática “… *es una cantidad … que o bien crece más allá de todos los límites o bien se hace tan pequeña como se desee, pero siempre continúa siendo finita …*”
Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor

“… Hugh Woodin … *afirma la existencia de un cardinal ‘superfuerte’* …”
Hào Wáng

A un sistema que posea sentencias indecidibles y que sea consistente, se le puede asignar “… *un número cardinal ‘m’, tal que sea menor o igual a* $\aleph_0$ …”, con lo que ese sistema es un conjunto que tiene el cardinal $\aleph_0$
Kurt Friedrich Gödel

Espero
el filo
opaco
las gotas
del Tiempo
que me habite–
cuando ya no/
estés
de ese modo
dentro–fuera
de mí
en la palma
de las señas que/
giran
insisten
ahora que
late
en piel
de mujer
la alevosía,
mientras
toda una metafísica
de las
pasiones
cae

-1

Hagamos un poco de Historia (ir a https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Historia/RevistaDigital_VArguedas_V14_N1_2013/RevistaDigital_Vernor_V14_n1_2013.pdf). Cantor fue un docente que se dedicó a alumbrar una teoría matemática del infinito y fue el que descubrió la “Paradoja de Russell”, enigma que lo condujo a meditar obsesivamente en los constreñimientos de la Matemática, lo que lo llevó a morir en la escasez en un psiquiátrico en Enero de 1918, en Halle, Alemania.

Una de las tantas definiciones de conjunto infinito que propuso es la de que cualquier subconjunto de un conjunto infinito es también infinito. Por ejemplo, los Naturales son un conjunto infinito, en virtud de que los Números Enteros, que es un subconjunto de los Naturales, es infinito.

Aunque es algo más técnico el asunto, puede sostenerse que los números para referirse a los infinitos son transfinitos y que tales infinitos son de cuando en cuando, cardinales. A los Naturales les corresponde por convención el ordinal transfinito Ω (Omega) y el cardinal infinito 0א –áleph sub cero [la diferencia entre ordinales, cardinales, ordinales transfinitos y cardinales infinitos, también fue abordada por Georg Ferdinand (el ordinal Ω es un ordinal que es un cardinal transfinito א)].

El conjunto de los Ω Naturales es un conjunto cuyos elementos se pueden contar, aunque sus componentes sean infinitos. En cambio, los Reales poseen por decirlo así, tantos elementos que no se pueden numerar y se concluye que los Números Reales son incontables.

Así las cosas, pareciera que sólo existen conjuntos infinitos que se pueden numerar y conjuntos infinitos que no son contables. Pero…, ¿puede haber algún tipo de transfinito que no sea ni numerable, ni no numerable? ¿Puede existir alguna clase de infinito que no pertenezca a los conjuntos de los números que hay en el presente? ¿Cualquier número transfinito pertenecerá a alguno de los conjuntos ya existentes o algún otro conjunto de números? Estas preguntas son lo que se conoce como el *Problema del continuo* (para una versión distinta de esa dificultad, “clickar” en http://www.eumed.net/rev/cccss/25/infinito.html). Paul Cohen, sostuvo en 1963 que se puede adoptar la idea de que los conjuntos de números son los que poseemos y que no hay otros, siempre que practiquemos una Matemática acorde a ese Principio, o también es legítimo imaginar que existen otros conjuntos de números, además de los que tenemos ahora, toda vez que idénticamente, mantengamos eso en calidad de Principio en la Matemática en la que lo enunciado sea aceptable.

Otra definición de conjunto infinito es la de que mientras un conjunto finito posee una única manera de enumerar sus componentes, un conjunto infinito tiene infinitos modos de contar sus elementos (Cantor, 1882: 7). V. g., un conjunto finito enumerará sus componentes siguiendo la secuencia de los Enteros, mas, un conjunto infinito como los Reales contará sus elementos pudiéndolos enumerar de acuerdo a si son pares, números primos, etc.

Me vi en la situación de lidiar con esos galimatías, cuando comencé a mis jóvenes 23 años, a pesquisar acerca de Kurt Friedrich Gödel.

A su vez, arribé al austríaco de pura casualidad. En algún momento posterior al ingreso a la Carrera de Historia, decidí que para tener una formación intelectual lo suficientemente amplia en el ámbito de las Ciencias Sociales y de las Humanidades, debía poseer una panorámica general de las principales contribuciones en el ámbito del pensamiento y para darme una idea aproximada de cuáles podrían ser esas contribuciones, nada mejor que comenzar a buscar en una biblioteca lo suficientemente grande como para subsanar esa inquietud.

Por eso, consumí horas de horas y meses de meses en fichar la Biblioteca Central de la Universidad Nacional de Salta, en una época en que no había Internet y en una etapa en que una faena como esa, debía hacerse a mano. Yendo por orden alfabético, di con Gödel, el que me llevó a la Teoría de Conjuntos y eso me hizo recordar lo que había leído de Cantor en las guardias que cumplía en el Servicio Militar, en 1988.

Una de las pocas personas que quedó sanamente sorprendida de la estrategia que había empleado, fue el brillante Juan Carlos Lorenzo, de la Carrera de Historia; los otros que me habían observado con curiosidad malsana, pasar días de pie en los ficheros metálicos de la entonces Biblioteca Central, no disimulaban sus risitas sardónicas, ante lo que consideraban una manía adicional de mi locura y de mis excentricidades. Las hojas manuscritas articularon por áreas lo que encontré: Filosofía, Antropología, Física, Lógica, Economía, etc.

En simultáneo, eso se convirtió en un Programa de Lecturas con el que todavía prosigo.

1

Tuve mi primera charla estimulante con el Doctor Thomas Hibbard, cuando en 1989 intentaba cursar al mismo tiempo, la Licenciatura en Física y la Licenciatura en Historia, lo que no pude sostener por considerables dificultades económicas que casi me impiden concluir con la carrera en Historia.

Pasaron los años, perdí el contacto con el genial profesor y lo retomé a propósito de Gödel. Además de someterle a él mi interpretación de los teoremas, para estar seguro de si los había entendido con exactitud, hablé con él respecto a los números transfinitos y en particular, sobre la probabilidad de que hubiera infinitos mayores a los cardinales. Quedó perplejo acerca de eso y en una de las interminables charlas que al pobre, lo "obligaba" a mantener conmigo, comentó el intríngulis con un docente que en esa época, estaba preparando un libro de divulgación acerca de la Física Cuántica, que iba a darle forma muchos años después, hacia 2007. Luego de un debate breve en el Box que compartían, ambos docentes pensaron que, si bien no estaban seguros de la respuesta a ese tema, era plausible que no, que no existieran transcardinales.

2

Durante meses, procuré argumentos a favor de mi intuición de que podría haber infinitos mayores a los cardinales y ninguno de esos silogismos terminaba de convencer al Doctor Thomas.

Sistematicé algunos de ellos – http://www.eumed.net/rev/cccss/25/infinito.html–, en 1994, en un artículo ambicioso que anhelaba combinar a Ludwig Philipp con Hegel y que fue publicado recién en 2013, por falta de acogida adecuada y por un rechazo fruto de la incomprensión de lo que allí se ventilaba.

3

Uno de tales argumentos es que si se supone que los cardinales transfinitos son los mayores infinitos posibles, se está imaginando que los cardinales transfinitos son el conjunto de todos los conjuntos. Pero dicho conjunto lleva hacia la “Paradoja de Russell”, esto es, a la contradicción del conjunto que se autoincluye. En consecuencia, los cardinales transfinitos no pueden ser los mayores infinitos

4

Décadas *a posteriori* de mi intento, ubiqué que el mismo problema había sido encarado por Gödel.

Friedrich aborda la cuestión a través del hecho de que sentencias que son indecidibles en un sistema de proposiciones, pueden volverse decidibles en otro sistema, el que detentará otras sentencias que, aunque se pueda vislumbrar que son verdaderas de manera más o menos indirecta, no tienen valor de verdad acotado. El asunto aquí es hasta dónde se pueden ampliar los sistemas de proposiciones para que determinadas sentencias sean verdaderas o falsas.

La respuesta clásica era que el número de esos sistemas podía ser hasta alcanzar los cardinales transfinitos. Gödel vislumbró que los cardinales podrían ser infinitos enormes, si cabe y que incluso, podrían ser mayores que los cardinales, lo cual equivale a decir que existen tres clases de infinito, los cuales son los ordinales, los cardinales y los “transcardinales”, que era lo que había intuido y que podría haber desplegado para una Tesis en Matemática.

5

Woodin especuló que dentro de los cardinales infinitos, había transcardinales “comunes” y cardinales infinitos más potentes que son $\Omega + 1$ cardinales transfinitos (Wang, 1991: 246).

¿Y?… Todo esto…, ¿como pa qué?
Son las alucinaciones a las que conduce la “disposición escolástica”, que es la actitud contemplativa que emerge cuando se tiene la barriga llena.

“… *Yo cogito desvariadamente para que haya … otros* …” luego de mí.
Jacques Marie-Émile Lacan, fragmento de una entrevista esparcida en una publicación titulada Televivión (https://www.youtube.com/watch?v=0Rf_3FgPtcA).

P/D: la nostalgia me llevó a pesquisar qué había sido de la vida de Hibbard y por Internet, me enteré que había dejado de existir el pasado 11 de Febrero de 2016. Que vaya esta nota –la coda misma y el artículo en su globalidad–, en calidad de modesto homenaje.

– Artículo relacionado:

http://www.eumed.net/rev/cccss/26/teoremas-godel.html

Bibliografía

Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Philipp (1882): *Fundamentos para una teoría general de Conjuntos. Una investigación matemático–filosófica de la teoría del infinito, 3´*. Disponible en https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0ahUKEwi6qLf005HOAhXKipAKHSrXBM0QFggkMAE&url=http%3A%2F%2Fwww.cimm.ucr.ac.cr%2Fsimposios%2Fajaxplorer%2Frepositorios%2Fsimposio14%2Frecursos%2FTeor%25EDa%2520de%2520Conjuntos.doc&usg=AFQjCNGwWEBQqfuuEJ6JV-K3AJJwL2NFFw&bvm=bv.128153897,d.Y2I. Consultado en 13/07/2016, a las 19h.

Gödel, Kurt Friedrich (1981): “Sobre pruebas de independencia en el cálculo conectivo”. En Gödel, Kurt Friedrich *Obras completas*, Alianza Editorial, S. A., Madrid, 115.

Wáng, Hào (1991): *Reflexiones sobre Kurt Gödel*, Alianza Editorial, S. A., Madrid, 243/244.